FFS	2. Schulaufgabe aus der Mathematik- FOS Nichttechnik	
Datum: 31.01.2012	Klasse: F W 12 F	Name:

Analysis

		BE
1.0	Gegeben sind die reellen Funktionen g_c durch $g_c(x) = \frac{1}{16}\left(x^3 - \frac{c}{2}x^2\right)$ mit $c \in \Re \wedge c > 0$. Der Graph einer solchen Funktion wird mit G_g bezeichnet.	
1.1	Bestimmen Sie die Nullstellen von g_c in Abhängigkeit von c.	4
1.2	Bestimmen Sie mit Hilfe von 1.1 die maximalen Intervalle, in denen die Funktion g_c positive bzw. negative y – Werte besitzt (evtl. kleine Skizze).	3
1.3	Die Funktionen g_c sind die Ableitungsfunktionen der Funktionenschar f_c. (es gilt also: $f_c'(x) = g_c(x)$). Ermitteln Sie mit Hilfe von 1.2 diejenigen Intervalle, in denen ein Graph G_{f_c} steigt bzw. fällt.	2
1.4	Bestimmen Sie nun c > 0 so, dass bei x = 6 ein Extremum vorliegt. Um welche Art von Extremum handelt es sich?	3
2.0	Sei nun $f_{12}(x) = \frac{1}{64}\left(x^4 - 8x^3\right)$.	
2.1	Ermitteln Sie die Nullstellen der Funktion f_{12}.	2
2.2	Geben Sie Art und Koordinaten des Extrempunktes von G_{f12} an. (Hinweis: 1.3 und 1.4 beachten!).	4
2.3	Berechnen Sie $f_{12}(-2)$. Skizzieren Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse den Graphen G_{f12} für $-2 \le x \le 8$ in ein Koordinatensystem. Maßstab auf beiden Achsen: 1LE $\hat{=}$ 1cm.	3
3.0	Von einem Quader sei folgendes bekannt: Länge, Breite und Höhe betragen zusammen 1,80m. Die Breite beträgt 60% der Länge.	
3.1	Stellen Sie die Maßzahl des Volumens V(l) eines solchen Quaders in Abhängigkeit von der Länge l dar. {mögliches Zwischenergebnis: $V(l) = 1{,}08l^2 - 0{,}96l^3$ }	4
3.2	Bestimmen Sie die Nullstellen von V(l) und geben Sie eine sinnvolle Definitionsmenge für die Länge l an.	2
3.3	Berechnen Sie die Länge l so, dass der Quader ein maximales Volumen besitzt.	5
		32

STOCHSTIK: RÜCKSEITE !!!

Stochastik

BE

4.0 In einer Obstschale befinden sich 10 Früchte , vier **B**ananen und sechs **M**andarinen. Es werden nacheinander drei Früchte verspeist.

4.1 Bestimmen Sie mit Hilfe eines **vollständigen** Baumdiagramms die verschiedenen Möglichkeiten, drei Früchte zu verspeisen, und geben Sie den Ergebnisraum Ω an. **5**

4.2 Untersuchen Sie die beiden Ereignisse A und B auf stochastische (Un)abhängigkeit: **4**
A: „Mindestens eine der verspeisten Früchte eine Banane“
B: „Genau eine der verspeisten Früchte ist eine Banane“

5.0 Das Raucherverhalten von FOS/BOS – Schülern wurde untersucht. Die beiden definierten Ereignisse seien:
W: Ein FOS/BOS – Schüler ist weiblich
R: Die betreffende Person raucht.
Ergänzen Sie **alle** Felder der folgenden Vierfeldertafeln auf Grund der jeweils angegebenen Bedingung(en):

5.1 Keine zusätzliche Bedingung

	W	$\overline{W}$	
R			**0,30**
$\overline{R}$		**0,50**	
	0,40		

5.2 W und R sind unvereinbar 2+ 2

	W	$\overline{W}$	
R			**0,30**
$\overline{R}$			
	0,40		

5.3 W und R sind unabhängig

	W	$\overline{W}$	
R			**0,30**
$\overline{R}$			
	0,40		

Nebenrechnung erforderlich!

5.4 Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mädchen raucht, ist ein Drittel mal so groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Junge nicht raucht 2+ 5

	W	$\overline{W}$	
R			**0,30**
$\overline{R}$			
	0,40		

Nebenrechnung erforderlich! 20

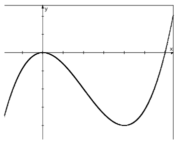
Das Angabenblatt muss (wegen der Aufgabe 5!) mit abgegeben werden!!!

Lösungen Analysis

1.1 g (x) = 0: ✓ $x^2\left(x-\frac{c}{2}\right)=0$ ✓ $\Rightarrow$ $x_{1/2}=0$ ✓; $x-\frac{c}{2}=0 \Rightarrow$ $x_3=\frac{c}{2}$ ✓

1.2

✓	x	x <0	0	$0<x<\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$c>\frac{c}{2}$
c > 0: ✓✓	g_c (x) Graph G_g	< 0 fällt	0	< 0 fällt	0	> 0 steigt



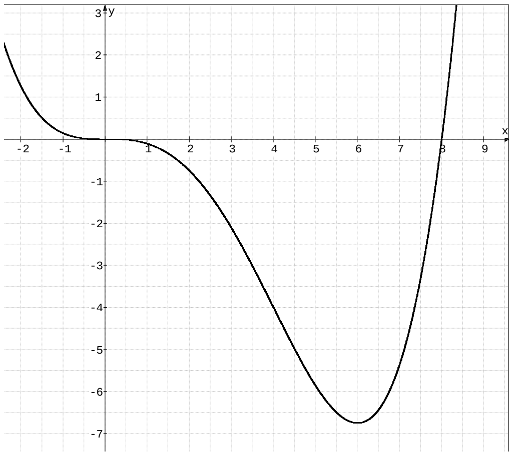
1.3 Siehe Graph (1.2) : Tabelle für c > 0 ✓✓

1.4 Bei $x_3=\frac{c}{2}$ ist eine waagrechte Tangente mit VZW ✓ (– → +), also ein Tiefpunkt. ✓

$\frac{c}{2}=6 \Rightarrow$ c = 12 ✓

2.1 $f_{12}(x)=0$; $\frac{1}{64}\left(x^4-8x^3\right)=0$; $x^3(x-8)=0$✓

$\Rightarrow$ $x_{1/2/3}=0$ ✓ und $x_3=8$



2.2 aus 1.3 und 1.4 folgt T (6 | y_T) ✓ ✓

Da $f_{12}(6)=-6{,}75$ ✓ $\Rightarrow$ T (6 | – 6,75) ✓

2.3 $f_{12}(-2)=1{,}25$✓, Skizze →

3.1 b = 0,6·l; l + 0,6l + h = 180 ✓ $\Rightarrow$ h = 1,80 – 1,6l ✓

V = l·0,6l·(1,80 – 1,6l) ✓; <u>V(l) = l^2·(1,08 – 0,96l)</u> ✓

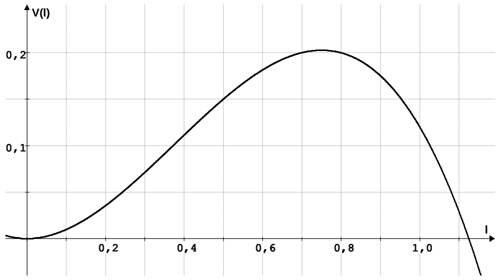
3.2 NST: $l_{1/2}=0$; $l_3=1{,}125$ ✓ $\Rightarrow$ ID = [0; 1,125] ✓

3.3 $V'(l)=-2{,}88l^2+2{,}16l$ ✓

$V'(l)=0 \Leftrightarrow l\cdot(-2{,}88l+2{,}16)=0$ ✓

$l_1=0$; $l_2=0{,}75$ ✓

Skizze $\Rightarrow$ absolutes Maximum für <u>l = 0,75m</u> ✓✓



Stochastik

Wahrscheinlichkeiten: in siebenhundertzwanzigstel

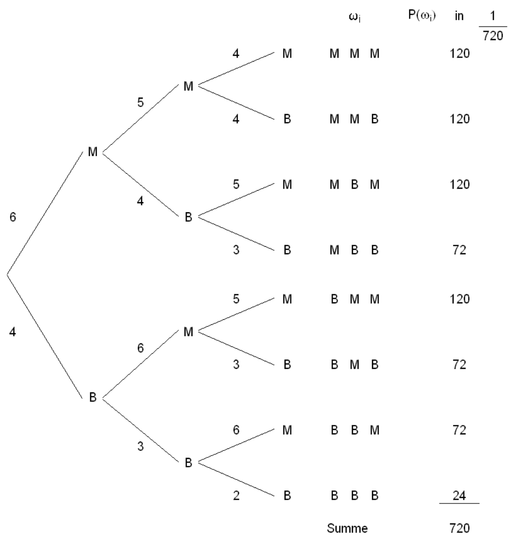
4.1

BD: ✓✓

Ω: ✓

P_{Zweig} ✓

$P(\omega_i)$ ✓



4.2

A: Alles außer ω_1, also $P(A)=\frac{600}{720}=\frac{5}{6}$ ✓

B: ω_2, ω_3, ω_5, also $P(B)=\frac{360}{720}=\frac{1}{2}$ ✓

$A \cap B = \{\omega_2, \omega_3, \omega_5\}$, also

$P(A \cap B) = \frac{360}{720}=\frac{1}{2}$ ✓

$P(A \cap B) = \frac{5}{12} \neq \frac{1}{2}$.

Folgerung: A, B sind stochastisch abhängig ✓

5.1 Keine zusätzliche Bedingung ✓✓

	W	$\overline{W}$	
R	*0,20*	*0,10*	**0,30**
$\overline{R}$	*0,20*	**0,50**	*0,70*
	0,40	*0,60*	*1*

5.2 $P(W \cap R) = 0$ ✓✓

	W	$\overline{W}$	
R	*0*	*0,30*	**0,30**
$\overline{R}$	*0,40*	*0,30*	*0,70*
	0,40	*0,60*	*1*

5.3

$P(W \cap R) = 0{,}30 \cdot 0{,}40$ ✓✓			
	W	$\overline{W}$	
R	*0,12*	*0,18*	**0,30**
$\overline{R}$	*0,28*	*0,42*	*0,70*
	0,40	*0,60*	*1*

5.4

Ansatz: ✓✓			
	W	$\overline{W}$	
R	*x*	*0,30-x*	**0,30**
$\overline{R}$	*0,70-3x*	*3x*	*0,70*
	0,40	*0,60*	*1*

NR zu 5.4

0,30 – x + 3x = 0,60 ✓✓;
2x = 0,30;
x = 0,15✓,

also:

	W	$\overline{W}$	
R	*0,15*	*0,15*	**0,30**
$\overline{R}$	*0,25*	*0,45*	*0,70*
	0,40	*0,60*	*1*