1. Schulaufgabe aus der Mathematik am 16.1.2011 _________________________________

Name, T 11 A/B

1.0 Gegeben ist die Parabel p durch die Gleichung
$p(x) = -0{,}2(x + 1)^2 + 5$, sowie das Geradenbüschel g_m durch:
$y = mx - 1{,}5m + 5$; $m \in \mathbb{R}$.
Der Büschelpunkt hat die Koordinaten B (1,5 I 5) {muss nicht gezeigt werden !!!} **BE**

1.1 Bestimmen Sie in Abhängigkeit von m die Abszisse des Schnittpunktes der Gerade g_m mit der x – Achse. **3**

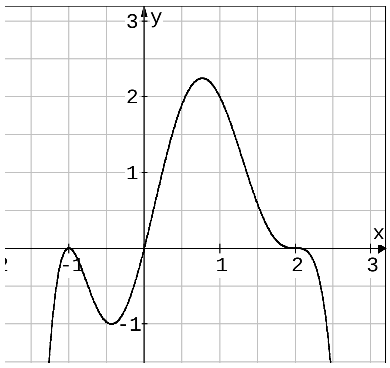
1.2 Durch den Büschelpunkt B gehen zwei Geraden, welche jeweils nur eine der beiden Koordinatenachsen schneidet. Geben Sie deren Gleichungen an. **2**

1.3 Zeichnen Sie für $-6 \le x \le 6$ die Parabel p in ein kartesisches Koordinatensystem. **3**

1.4 Ermitteln Sie m_1 und m_2 so, dass die zugehörigen Geraden Tangenten an die Parabel p sind; tragen Sie die beiden Tangenten mit in die Zeichnung ein. **7**

2. Eine ganzrationale Funktion f 6. Grades besitzt folgenden Graphen. Der Betrag des Leitkoeffizienten ist 0,5. Bestimmen Sie eine einfache Gleichung der Funktion f **3**
Lösung:

f(x) =



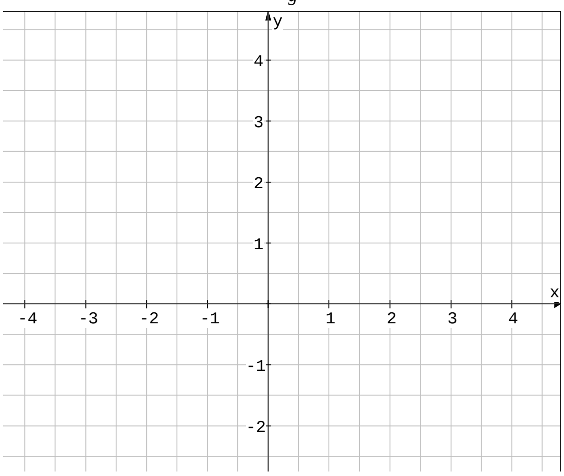
3. Gegeben sind nun die beiden Funktionen g und h durch:

$g(x) = 0{,}5\cdot(x^3 - x^2 - 3x + 3)$; $\quad h(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4$

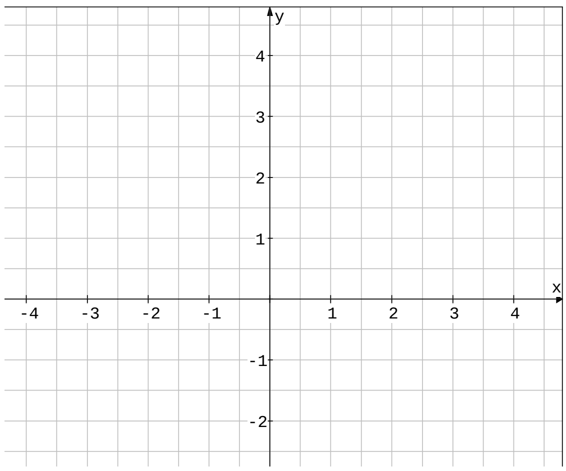
3.1 Geben Sie an, ob ***einfache*** Symmetrie vorliegt, und begründen Sie kurz ihre Entscheidung. **3**

3.2 Bestimmen Sie die Nullstellen der beiden Funktionen, und tragen Sie die Skizzen der beiden zugehörigen Graphen unten ein. Berechnen Sie dazu auch g(0) und h(0). **13**

G_g



G_h

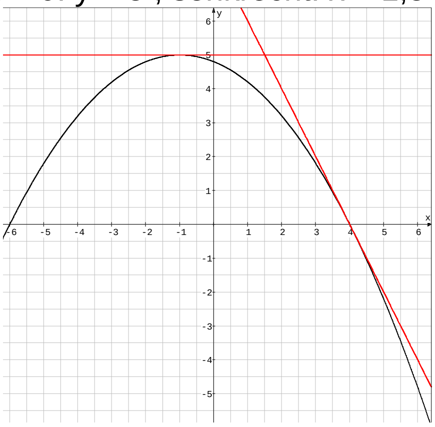


Lösungen 1. Schulaufgabe aus der Mathematik am 16.1.2011 T11A/B

1.1 $mx - 1{,}5m + 5 = 0$; $mx = 1{,}5m - 5$; $x = 1{,}5 - \frac{5}{m}$ mit $m \neq 0$ **3**

1.2 $m = 0$: $y = 5$; senkrecht: $x = 1{,}5$ **2**

1.3



3

+1

1.4 ✓ ✓

$-0{,}2(x + 1)^2 + 5 = mx - 1{,}5m + 5$ | $\cdot(-5)$

$(x + 1)^2 + 5mx - 7{,}5m = 0$

$x^2 + 2x + 1 + 5mx - 7{,}5m = 0$

$x^2 + x\cdot(2 + 5m) + (1 - 7{,}5m) = 0$

$D = (2 + 5m)^2 - 4\cdot(1 - 7{,}5m)$

$D = 4 + 20m + 25m^2 - 4 + 30m$; $D = 25m^2 + 50m$, **6**

Tangente: $D = 0$; $25m^2 + 50m = 0$

$m\cdot(25m + 50) = 0$ $m_1 = 0$; $m_2 = -2$

2.

Lösung:

$f(x) = -0{,}5\cdot(x+1)^2\cdot x\cdot(x-2)^3$ **3**

LK: ✓ NST: ✓ Vielfachheit ✓

3.1 G_g: Keine einfache Symmetie – gerade und ungerade Potenzen von x ✓ **3**

G_h: Symmetrie zur y – Achse ✓, da NUR ✓ gerade Potenzen von x

3.2 $g(0) = 1{,}5$ ↗

$g(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 3x + 3 = 0$ ✓ ;TR: $\underline{\underline{x_1 = 1}}$

$(x^3 - x^2 - 3x + 3) : (x - 1)$ ✓ $= x^2 - 3$ ✓

$\underline{-(x^3 - x^2)}$

$\quad - 3x + 3$

$\quad -(-3x + 3)$

$x^2 - 3 = 0$

$\underline{\underline{x_{2/3} = \pm\sqrt{3}}}$ ✓

$h(0) = 4$ ↗; $h(x) = 0 \Leftrightarrow x^4 - 8x^2 + 16 = 0$ ✓

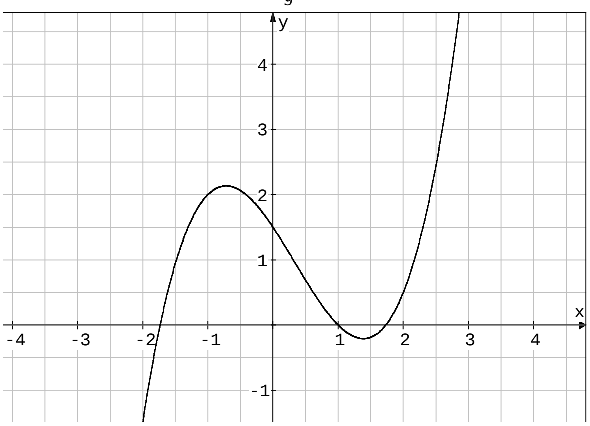
Sub.: $z := x^2$

MNF: $z^2 - 8z + 16 = 0$ ✓

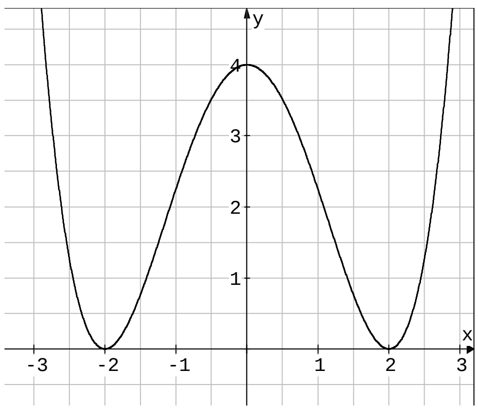
$z_1 = 4$; $x^2 = 4$; $\underline{\underline{x_{1/2} = \pm 2}}$ ✓ also jeweils

$z_2 = 4$; $x^2 = 4$; $\underline{\underline{x_{1/2} = \pm 2}}$ doppelt ✓

G_g ✓✓



G_h ✓✓



6,5 + 6,5

Note	6	5			4			3			2			1		
Punkte	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
von	0	7	9,5	11,5	14	15,5	17,5	19	20,5	22,5	24	26	27,5	29	31	32,5
bis	6,5	9	11	13,5	15	17	18,5	20	22	23,5	25,5	27	28,5	30,5	32	34

1. Schulaufgabe aus der Mathematik am 16.1.2011 ______________________________

Name, T 11 A/B

1.0 Gegeben ist die Parabel p durch die Gleichung
$p(x) = -0{,}2(x-1)^2 + 5$, sowie das Geradenbüschel g_m durch:
$y = mx + 1{,}5m + 5$; $m \in \mathbb{R}$.
Der Büschelpunkt hat die Koordinaten B (– 1,5 I 5) {muss nicht gezeigt werden !!!} **BE**

1.1 Bestimmen Sie in Abhängigkeit von m die Abszisse des Schnittpunktes der Gerade g_m mit der x – Achse. **3**

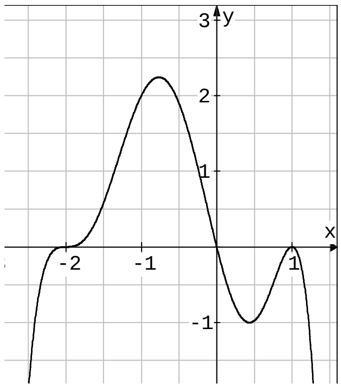
1.2 Durch den Büschelpunkt B gehen zwei Geraden, welche jeweils nur eine der beiden Koordinatenachsen schneidet. Geben Sie deren Gleichungen an. **2**

1.3 Zeichnen Sie für $-6 \le x \le 6$ die Parabel p in ein kartesisches Koordinatensystem. **3**

1.4 Ermitteln Sie m_1 und m_2 so, dass die zugehörigen Geraden Tangenten an die Parabel p sind; tragen Sie die beiden Tangenten mit in die Zeichnung ein. **7**

2. Eine ganzrationale Funktion f
6. Grades besitzt folgenden Graphen.
Der Betrag des Leitkoeffizienten ist 0,5.
Bestimmen Sie eine einfache Gleichung der Funktion f **3**
Lösung:

f(x) =



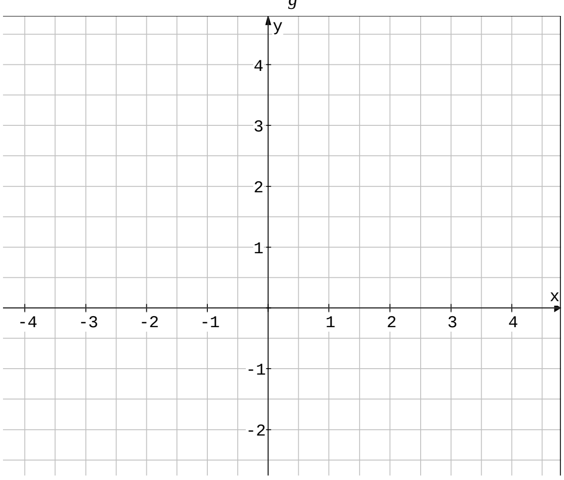
3. Gegeben sind nun die beiden Funktionen g und h durch:

$g(x) = 0{,}5\cdot(x^3 - x^2 - 3x + 3)$; $h(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4$

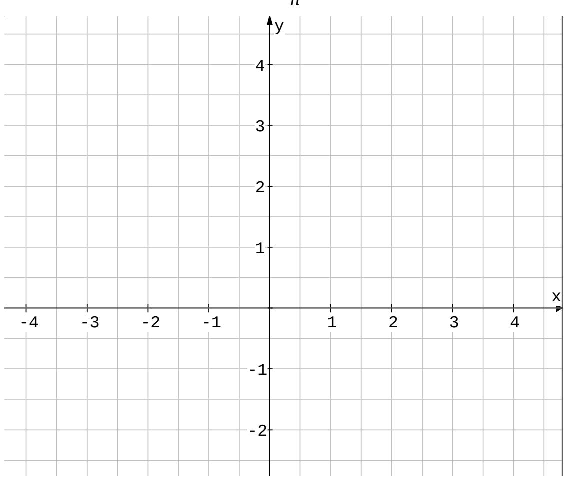
3.1 Geben Sie an, ob ***einfache*** Symmetrie vorliegt, und begründen Sie kurz ihre Entscheidung. **3**

3.2 Bestimmen Sie die Nullstellen der beiden Funktionen, und tragen Sie die Skizzen der beiden zugehörigen Graphen unten ein. Berechnen Sie dazu auch g(0) und h(0). **14**

G_g



G_h

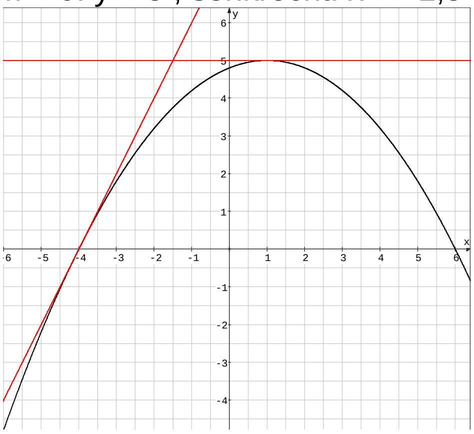


Lösungen 1. Schulaufgabe aus der Mathematik am 16.1.2011 T11A/B

1.1 mx + 1,5m + 5 = 0; mx = –1,5m – 5; $x = -1{,}5 - \frac{5}{m}$ mit $m \neq 0$ **3**

1.2 m = 0: y = 5 ; senkrecht: x = –1,5 **2**

1.3



1.4 ✓ ✓

$-0{,}2(x-1)^2 + 5 = mx + 1{,}5m + 5 \quad |\cdot(-5)$

$(x-1)^2 + 5mx + 7{,}5m = 0$

$x^2 - 2x + 1 + 5mx + 7{,}5m = 0$

$x^2 + x\cdot(-2 + 5m) + (1 + 7{,}5m) = 0$

3 $D = (-2 + 5m)^2 - 4\cdot(1 + 7{,}5m)$

$D = 4 - 20m + 25m^2 - 4 - 30m;$ **6**

+1 $D = 25m^2 - 50m,$

Tangente: D = 0; $25m^2 - 50m = 0$

$m\cdot(25m - 50) = 0 \quad m_1 = 0;\ m_2 = 2$

2.

Lösung: **3**

$f(x) = -0{,}5\cdot(x-1)^2\cdot x\cdot(x+2)^3$

LK: ✓ NST: ✓ Vielfachheit ✓

3.1 G_g: Keine einfache Symmetie – gerade und ungerade Potenzen von x ✓ **3**

G_h: Symmetrie zur y – Achse ✓, da NUR ✓ gerade Potenzen von x

3.2 g(0)=1,5 ↗ h(0) = 4 ↗; h(x) = 0 ⇔ $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$ ✓

g(x) = 0 ⇔ $x^3 - x^2 - 3x + 3 = 0$ ✓ ;TR: $\underline{\underline{x_1 = 1}}$ Sub.: $z := x^2$

MNF: $z^2 - 8z + 16 = 0$ ✓

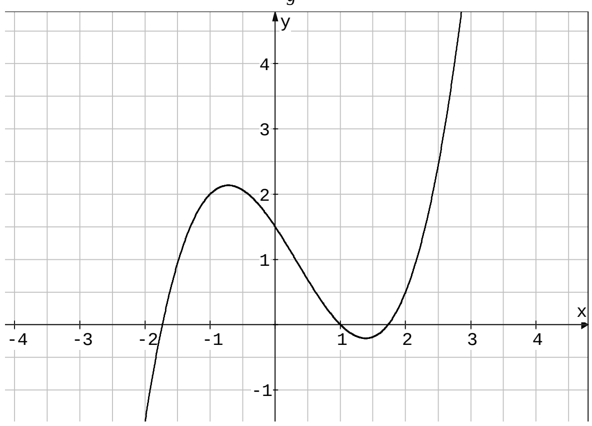
$(x^3 - x^2 - 3x + 3) : (x - 1)$ ✓ $= x^2 - 3$ ✓ $z_1 = 4;\ x^2 = 4;\ \underline{\underline{x_{1/2} = \pm 2}}$ ✓ also jeweils

$\underline{-(x^3 - x^2)}$

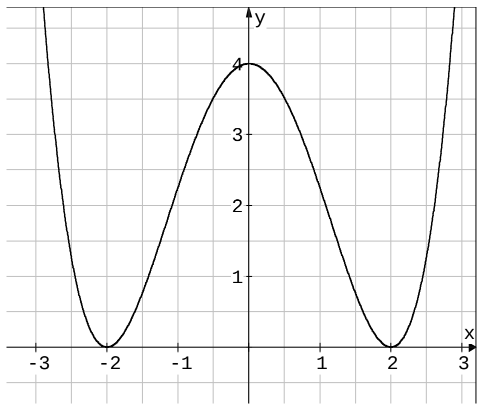
$-3x + 3$ | $x^2 - 3 = 0$ $z_2 = 4;\ x^2 = 4;\ \underline{\underline{x_{1/2} = \pm 2}}$ doppelt ✓

$-(-3x + 3)$ | $\underline{\underline{x_{2/3} = \pm\sqrt{3}}}$ ✓

G_g ✓✓



G_h ✓✓



6,5 + 6,5

Note	6	5			4			3			2			1		
Punkte	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
von	0	7	9,5	11,5	14	15,5	17,5	19	20,5	22,5	24	26	27,5	29	31	32,5
bis	6,5	9	11	13,5	15	17	18,5	20	22	23,5	25,5	27	28,5	30,5	32	34